

# 小規模な湖沼の内部波特性のスペクトル解析と適応事例

## Spectral-analysis for Internal Wave Dynamics in a Small Lake and the Example of the Analysis

木村 延明\* 桐 博英\*  
(KIMURA Nobuaki) (KIRI Hirohide)

### I. はじめに

亜熱帯・温帯域に位置する人工湖を含む淡水湖沼（以下、「湖沼」という）では、夏季に水深方向の水温のギャップ（躍層）を伴う密度成層（図-1）が形成される。躍層の付近において、主に風に起因する周期性を伴う水塊の運動（内部波）が発生する<sup>1),2)</sup>。富栄養化した湖沼では、内部波の運動が湖表面から躍層までの水深（混合層）を漂うアオコなどの植物性プランクトンの発生や増殖、さらに移動・拡散に影響を与えることが知られている<sup>3)</sup>。湖沼の水質管理のためには、この内部波の運動特性を理解することが重要である。内部波の既往研究は、飲料水の供給を担うような比較的大きな湖沼が対象とされてきた。一方、灌漑用水の供給源となる、ため池は小規模なもの（湛水面積<10 ha）が多いにもかかわらず、それらを対象にした既往研究は少ない。小さいために簡単な物理プロセスで説明できると考えられてきた。本報では、現地観測された水温データ（図-2）を用い、内部波特性を理解するため

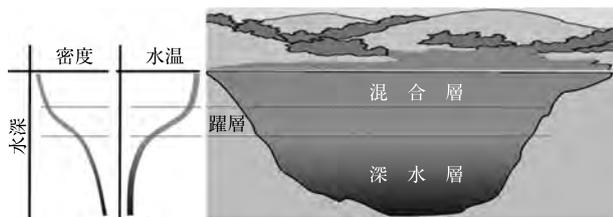


図-1 湖沼の夏季密度成層の概略図（左図は密度・水温分布図）

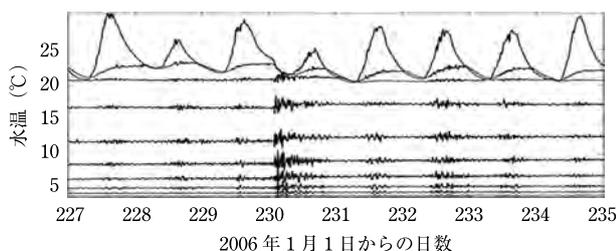


図-2 水温の時系列データ（湖表面から0.25~0.5 m間隔で配置された水温計より）

に利用したスペクトル解析の実用的な技法を含む説明と小規模な湖沼に適応した事例について報告する。

### II. 内部波特性の解析方法

#### 1. スペクトル解析

内部波特性を解析する方法として、空間的な水塊の運動を解明するために数値流体シミュレーションも利用されてきたが（例：中山ら<sup>4)</sup>）、本報では、通常湖沼観測で取得される水温データのみに着目し、比較的簡易な方法であるスペクトル解析を利用する。このスペクトル解析とは、周期的な振動・振幅伝搬などの時間変化を伴うデータを信号処理するものである。

著者らは、スペクトル解析の1つの手法で、頻繁に利用される高速フーリエ変換（Fast Fourier Transform：FFT）を採用した。FFTとは時間変化を伴う入力信号について、任意の周波数をもつCOS波とSIN波の重畳として表現するフーリエ変換のことで、その変換を高速に処理するアルゴリズムのことを言う<sup>5)</sup>。正規化されたフーリエ変換は、次式で与えられる。

$$F(\omega) = \frac{1}{\sqrt{T}} \int_0^T f(t) \exp(-i\omega t) dt \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 $F$ =出力信号、 $T$ =観測期間、 $f$ =入力信号、 $\omega$ =周波数、 $i$ =虚数単位である。式(1)は複素数を含む変換なので、出力信号には実数部と虚数部の値が含まれる。この時の出力信号を正の実数として表すために、パワースペクトル密度（以下、「スペクトル密度」という）を導入する。複素共役を $F(\omega)^*$ とすれば、 $F(\omega) \times F(\omega)^*$ で表される。図-2に示されるような水温が時間的に高低する振動の変化（以下、「水温変動」という）を入力信号としてFFTでフーリエ変換を行えば、スペクトル密度と周波数の相関図が描ける。この相関図において、スペクトル密度のピークが存在する周波数帯に内部波の特性が現れる。なお、周波数はデータの個数（サンプリング数： $n$ ）に対応する周波数を $\omega_s$ とすれば、サンプリング数の約半分（ $0, \omega_s/n,$

\*農研機構農村工学研究部門

小規模湖沼、密度成層、スペクトル解析、内部波、内部セイシュ

$2\omega_s/n, 3\omega_s/n, \dots, \omega_s/2$  までの周波数領域が有効である (ナイキスト周波数)。

既往研究 (例: Saggio and Imberger<sup>6)</sup>) では, 等水温面の時系列データを入力信号として用いてきた。しかし, 試行錯誤で等水温面を探索する場合に困難を伴うことがある。また, サーミスタチェーンに設置された水温計の間隔が疎な場合に正確な等水温面が確定できないなどの問題がある。この替りに, 単位面積当たりの水柱の密度分布から決定されるポテンシャルエネルギーを利用する (例: Antenucci ら<sup>7)</sup>)。Simpson ら<sup>8)</sup> が提案した水柱におけるポテンシャルエネルギー変則 (Potential Energy Anomaly: PEA) は, 次式で定義される。

$$PEA = \frac{g}{H} \int_0^H (\rho(z) - \bar{\rho}) z dz \dots\dots\dots (2)$$

ここで  $g$  = 重力加速度 ( $m/s^2$ ),  $\rho$  = 密度 ( $kg/m^3$ ),  $\bar{\rho}$  = 水深方向の平均密度 ( $kg/m^3$ ),  $H$  = 水深 ( $m$ ),  $z$  = 底面からの高さ ( $m$ ) である。この式を利用することで, 水柱を通過する内部波の運動を, ポテンシャルエネルギーの時間的な変化を通して間接的に評価できる。内部波運動の時間変化の特性をより明確に解析するためには, FFT の前・後処理で幾つかのテクニックが使われる。前処理には, 連続的に無限に繰り返される振動パターンをもつデータを作成する必要がある。これは, FFT は周期性を解析するためのツールなので同じパターンの入力信号が無限に繰り返されることを仮定しているからである。たとえば, 観測データから切り出された, ある期間の入力データについて, データの始点と終点の値に差がある場合には, その差から予測される周期をもつ擬似的な内部波の特性を検出することになる。したがって, 始点・終点の値が一致するようなデータを作成するために窓関数 (例: hanning<sup>9)</sup>) などのフィルターを利用する。また, FFT で扱うデータ数は 2 の累乗の個数で計算が最適化されるため, データ数が不足する場合にはゼロの値を与える (図-3)。FFT の後処理について, スペクトルノイズを除去するためのテクニックが必要となる。式 (2) は支配的な内部波運動の信号と共にノイズも含まれるので, FFT で変換されたノイズもスペクトル密度の分布の中にも含まれる。したがって, 支配的な内部波に呼応するスペクトルピークを抽出する必要がある。ここでは, MacIntyre ら<sup>10)</sup> を参考にして抽出方法を説明する。周波数領域において平滑化のための小ウィンドウ (図-4) を作り, 小ウィンドウ内のデータ数に対して, カイ二乗分布から求められる信頼区間 95% を満たすスペクトル密度の代表値を算出する。この小ウィンドウは, 全周波数領域において, 隣接する小ウィンドウ

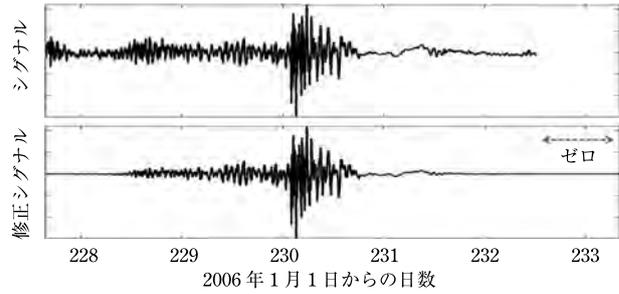


図-3 オリジナル信号と修正後の信号 (窓関数を用いてオリジナル信号の両端をゼロにし, データ数の不足はゼロの値を与えた。)

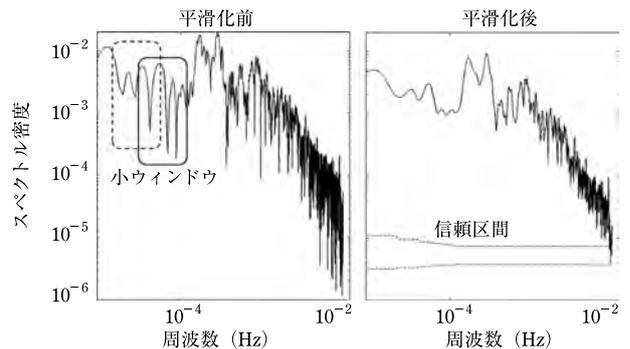


図-4 周波数領域に対するスペクトル密度の相関図 (左図の長方形は小ウィンドウで平滑化する領域, 右図下部のラインは, 95%信頼区間を示す。)

の領域を 50~75% オーバーラップしながらシフトし, 各小領域の代表値を求める。ただし, 高周波数の領域ではスペクトルの変動幅が大きいノイズを除去するために小ウィンドウの周波数領域の幅を大きくすること (データ数の増加) が行われる。小ウィンドウ内のスペクトルピークを強調するために, 上述の窓関数を用いることもある。上記のテクニックは, 一般的な統計解析ソフトなどに標準装備された FFT のオプションとして利用可能な場合もあるが, その中身を理解しておくことが望ましい。

2. 内部セイシュの周波数

内部セイシュとは内部波の 1 つの形態で, 主に風によって駆動される流れと湖沼形状・密度成層の状態によって決まる固有振動数をもつ定常波である。内部セイシュの周波数 ( $\omega_f$ ) は, 湖沼の鉛直断面を長方形とし, さらに密度成層を不連続な二層となるように仮定すれば, 理論的に求められる (式 (3))。

$$\omega_f = \frac{l}{2L} \sqrt{g \frac{\Delta\rho}{\rho_0} \frac{h_e h_h}{H}} \dots\dots\dots (3)$$

ここで,  $L$  = 湖沼の代表長さ ( $m$ ),  $h_e, h_h$  = 混合層, 深水層の厚さ ( $m$ ),  $\rho_0$  = 基準密度 ( $kg/m^3$ ),  $\Delta\rho$  = 混合層と深水層の密度差 ( $kg/m^3$ ),  $l$  = 内部セイシュの固有振動を決める水平方向のモード (自然数: 1, 2, 3, ...)

である。密度成層が多層な場合には、水深方向のモードを自然数  $m$  とすれば、水平・水深方向のモードで決まる数式<sup>11)</sup>も提案されている(式(4))。ただし、湖沼の複雑形状や連続的に変化する密度成層の影響を正確に考慮する場合には、これらの数式は適用範囲外である。

$$\omega_{m,l} = cN \frac{H}{L} \left( \frac{l}{m} \right) \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 $c$  = 調整係数、 $N$  = プラント・バイサラ振動数(Hz)である。

### III. 解析事例

#### 1. 現地観測

著者らが関わった2006年夏季(8月16~23日)に北米地域にあるトラウト小湖(湛水面積約1.1ha, 最大水深約8m, 図-5)で行われた現地観測の水温データを利用した。このような空間スケールをもつ小規模ため池は日本の水田地帯には多く見られるものなので、海外の事例ではあるものの本水温データの解析結果は有益な情報と考えられる。水温を計測するためのサーミスタチェーンを5点(CTと01~04)に設置した(図-5)。サーミスタチェーンの各水温センサーは水深方向に0.25~0.50mの間隔で配置され、データのサンプリング間隔は1分であった。なお、図-2~4は、風速などの気象情報を観測する装置が取り付けられたブイ(測点CT)で観測された水温データの一部である。この測点の配置は、最水深から浅瀬への内部波運動の変化を捉えるためにデザインされた。水深方向の水温データは、内部波運動がより強調される躍層の位置を含む1~3m間のデータを利用した。

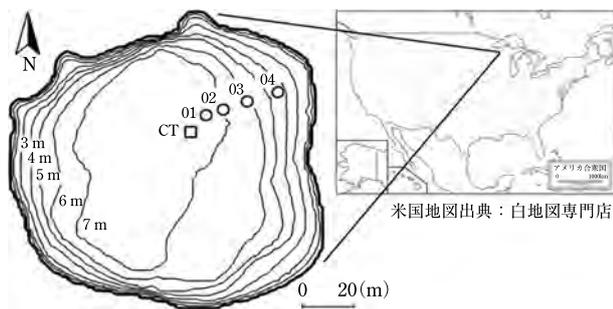


図-5 トラウト小湖(米国ウィスコンシン州ヴィラス郡)の水深図(コンターは1m間隔の水深, CTは気象観測装置が装備されたブイ, 01~04はサーミスタチェーンが設置された位置を示す。)

#### 2. 解析結果

水温観測が実施された期間の気象データは図-6に示される。この期間の230日目に比較的強い風(以下、便宜上「強風」という)を伴う降雨が発生した。

図-2と図-6より、強風に起因する水温変動が、約24時間継続していたことが分かる。この期間を期間Iとする。全観測期間から期間Iを除く残りの期間を期間IIとする。期間IIの特徴は、約24時間のサイクルをもつ風速変化に起因する水温変動が確認できる。期間I・IIにおける内部波の特性を、5測点のサーミスタチェーンで観測された水温変動に対応するPEA(式(2))を入力信号として用いたスペクトル解析によって明らかにする。なお、PEAは密度分布で計算されるので、水温の値から密度の値へ変換する換算式<sup>12)</sup>を用いた。期間I・IIの内部波の特性は、図-7と図-8のスペクトル密度と周波数の相関図から読み取れる。複数の縦線は、各測点で共通に現れるスペクトルピークを示す(表-1)。ただし、第3ピークは、強風時の期間Iにおいて浅瀬の測点で観測された限定的なものである。中小規模(~100ha)の湖沼研究では、風速変化の周波数と同程度の周波数をもつ内部波が観測され、風が起因になって生じる内部波の解明が進んでいる。たとえば、Hondzo and Haider<sup>13)</sup>はスペクトル解析で $10^{-4}$ Hzのオーダー、水深・水平モード( $m=1, l=1$ )の内部セイシュの固有周波数を得た。本報の解析結果でも、第2ピークは、同様のモードをもつ内部セイシュが観測された。表-1より第1ピークは、理論上は水深モード3の密度成層が多層構造と考えられるが、その状態は水温観測から確認されていない。したがって、理論式を用いた内部セイシュの性質では説明できない。コリオリ力の影響範囲を示すロスビー変

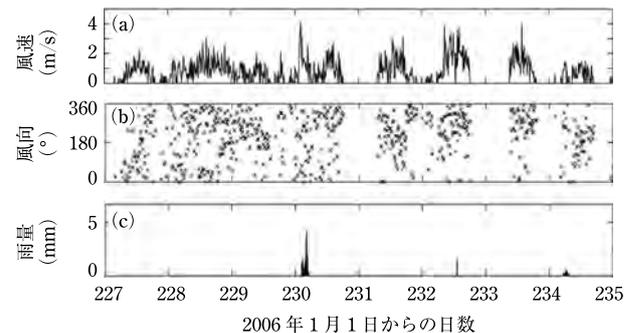


図-6 10分間隔の気象データ(観測ブイや気象観測所で取得)

表-1 内部波の周波数

	FFT ( $10^{-4}$ Hz)	$\omega_f$ 式(3) ( $10^{-4}$ Hz)	$\omega_{m,l}$ 式(4) ( $10^{-4}$ Hz)	モード*	備考
第1ピーク	~2.3	—	~2.2	V3H1	期間 I, II 全測点
第2ピーク	~7.8	~6.5	—	V1H1	同上
第3ピーク	~70.8	~52.0	—	V1H8	期間 I 測点 02~04
Hondzo& Haider	1.0~2.0	~1.0	—	V1H1	引用文献 13)

\*V $ml$ =水深方向に  $m$ , 水平方向に  $l$  のモードをもつ内部セイシュ

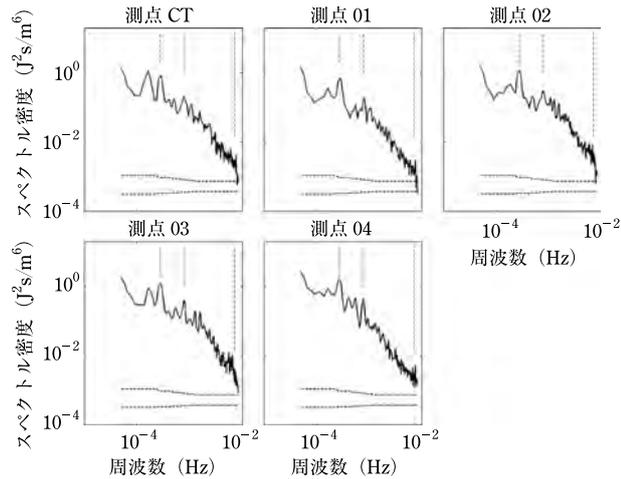


図-7 スペクトル密度と周波数の相関図（期間Ⅰ：強風の影響のみ。各パネルの横線は95%信頼区間，縦線は各測点に共通に見られるスペクトルピーク（左から第1，第2，第3ピーク）を示す。）

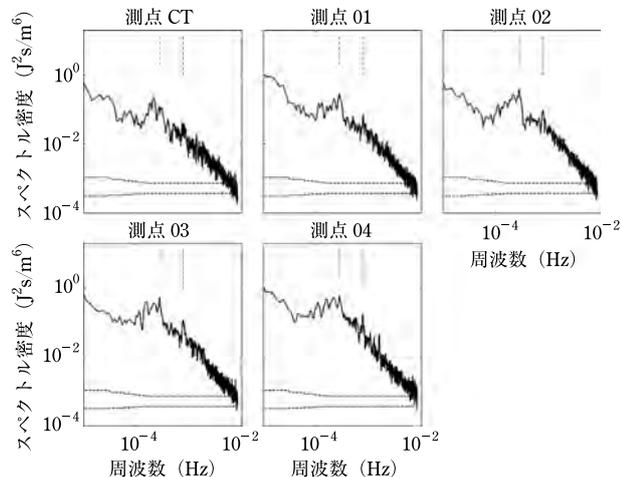


図-8 スペクトル密度と周波数の相関図（期間Ⅱ：強風の影響を除く。各パネルの横線は95%信頼区間，縦線は各測点に共通に見られるスペクトルピーク（左から第1，第2ピーク）を示す。）

形半径に対して，トラウト小湖の代表長さは～5%の割合であるものの，他の小規模湖沼の研究成果<sup>14),15)</sup>のように，内部波の運動を変化させる可能性がある。したがって，規模の大きな湖沼の既往研究<sup>6),7)</sup>のように，コリオリ力の影響を受けて伝搬する内部波の検討を行う必要がある。また，第3ピークも，非現実な水平モード8となり，内部セイシュの理論解では説明し難い。第3ピークは強風によって内部波が発生し，その内部波が湖岸付近へ遡上する際の崩壊過程で出現する内部孤立波などを示唆する可能性がある。

#### IV. まとめと今後の課題

本報では，密度成層状態にある湖沼における内部波の理解のために，簡易的に行えるスペクトル解析を利

用することを前提に，スペクトル解析の実用的な方法を説明し，小規模な湖沼に対しての適応事例を述べた。スペクトル解析の方法そのものは，特に新規性はないものの，その方法をため池のような小規模な湖沼に適応することで，内部波の特性を示す固有周波数を特定できた。しかし，単純化された内部セイシュの理論解では説明できない固有周波数も確認され，それらの周波数がコリオリ力の影響によって変化する内部波の特性や内部波の崩壊過程で生じる高周波内部孤立波の特性などを検討すべきことが明らかになった。

本報で用いた内部セイシュの理論式は，地形や水温成層が単純化され，気象やコリオリ力などの外力条件は考慮されていないものである。これらの情報について，より現実的な条件で内部波を解析するためには，一般的に3次元数値流体モデルが利用される。さらに，技術的にチャレンジを伴い，湖底面の傾斜で局所的に生じる高周波内部孤立波の特性を解明するためには，局所的な空間高解像度のスキームをもつ3次元数値流体モデル，たとえば，新谷<sup>16)</sup>の環境流体シミュレーターなどの導入を検討する必要がある。

謝辞：本報のデータは，米国ウィスコンシン大学湖沼研究所が管理する North Temperate Lakes Long Term Ecological Research (<https://lter.limnology.wisc.edu/>) の研究成果の一部を利用させていただいた。

#### 引用文献

- 1) Watson, E.R. : Internal oscillation in the waters of Loch Ness, *Nature* 69, p.174 (1903)
- 2) Weddemburn, E.M. and Young, A. : Temperature observations in Loch Earn, Part II, *Trans. R. Soc. Edinb.* 50, pp.741~767 (1915)
- 3) Cantin, A., Beisner, B.E., Gunn, J.M., Prairie, Y.T. and Winter, J.G. : Effects of thermocline deepening on lake plankton communities, *Canadian J. Fish. Aquat. Sci.* 68(2), pp.260~276 (2011)
- 4) 中山恵介, 藤原建紀, 藤井智康, 小林健一郎, 中島祐輔, 佐藤啓央 : 貯水池における出水時の成層場鉛直混合に関する検討, *土木学会論文集 B1 (水工学)* 73(4), pp.I\_979~I\_984 (2017)
- 5) Cooley, J.W. and Tukey, J.W. : An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series, *Math. Comput.* 19, pp.297~301 (1965)
- 6) Saggio, A. and Imberger, J. : Internal wave weather in a stratified lake, *Limnol. Oceanogr.* 43(8), pp.1780~1795 (1998)
- 7) Antenucci, J.P., Imberger, J. and Saggio, A. : Seasonal evolution of the basin-scale internal wave field in a large stratified lake, *Limnol. Oceanogr.* 45

- (7), pp.1621~1638 (2000)
- 8) Simpson, J.H., Allen, C.M. and Morris, N.C.G. : Fronts on the continental shelf, J. Geophys. Res. 83 (C9), pp.4607~4614 (1978)
- 9) Blackman, R.B. and Tukey, J.W. : The Measurement of Power Spectra from the Point of View of Communications Engineering - Part I, Bell Sys. Tech. J. 37(1), pp.185~282 (1958)
- 10) MacIntyre, S., Clark, J.F., Jellison, R. and Fram, J.P. : Turbulent mixing induced by nonlinear internal waves in Mono Lake, California, Limnol. Oceanogr. 54(6), pp.2255~2272 (2009)
- 11) Münnich, M. : The influence of bottom topography on internal seiches in stratified media. Dynam. Atmos. Ocean 23(1-4), pp.257~266 (1996)
- 12) United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization : Tenth report of the joint panel on oceanographic tables and standards, UNESCO Technical Paper in Marine Science 36, 25p. (1981)
- 13) Hondzo, M. and Haider, Z. : Boundary mixing in a small stratified lake, Water Resour. Res. 40 (3), W03101 (2004)
- 14) Forcat, F., Roget, E., Figueroa, M. and Sanchez, X. : Earth rotation effects on the internal wave field in a stratified small lake: Numerical simulations, Limnetica 30(1), pp.27~42 (2011)
- 15) 小泊重能：小湖沼における内部波－倶多楽湖の場合－，北海道大学地球物理学研究報告 40, pp.1~22 (1981)
- 16) 新谷哲也：柔軟な局所高解像度化を実現する非構造デカルト格子シミュレーターの構築，土木学会論文集 B1 (水工学) 73(4), pp.I\_967~I\_972 (2017)  
[2018.6.25.受理]

木村 延明 (正会員)



1995年 宮崎大学大学院修士課程修了  
情報産業系の民間企業で勤務  
2002年 海外留学・国内外の複数の研究機関で  
研究員として勤務  
2017年 農研機構農村工学研究部門研究員  
現在に至る

略 歴

桐 博英 (正会員)



1991年 筑波大学卒業  
農林水産省農業工学研究所  
2016年 農研機構農村工学研究部門水工学研究  
領域沿岸域水理ユニット長  
現在に至る