

水 理 模 型 実 験 (第 1 講)

総 論

出 口 利 祐*

目 次

1. 総 論
- 1.1. 水理模型実験の役割と価値
- 1.2. 水理実験略史
- 1.3. 相似の必要条件と相似律
 - 1.3.1. 完全な水理相似
 - 1.3.2. フルード相似律
 - 1.3.3. レイノルズ相似律
 - 1.3.4. マッハ相似律
 - 1.3.5. フルード相似律とレイノルズ相似律との両立
 - 1.3.6. 相似律のまとめ
- 1.4. 水理模型の縮尺
- 1.5. 水理模型の操作運用
- 1.6. 水理実験結果の解釈と限界

1. 総 論

1.1. 水理模型実験の役割と価値

水理実験によって、① 数理解析のみでは解明が困難であるか、あるいは不十分な水理現象を模型、装置に現出させて、それを追求することができる。② 水理構造物の設計の不備とか誤りを事前に発見補正し、改良することができる。③ 複雑な現地諸条件、特に水理諸量の組合せに対する比較的便利で正確な水理計算機の役目を果す。④ 一つの水理構造物について、数種の比較設計が考えられる場合、その優劣を比較判定するのに良い手段である等の利点をあげることができる。

1.2. 水理実験略史

水の浮力を発見し、ラセン式揚水機を発見したアルキメデス (B. C. 287~212) あるいは レオナルド・ダ・ヴィンチ (1452~1519)、さらにガリレオ (16世紀後半) 等は、簡単であるが、孔口を持った水槽のごときもので実験を行ったようである。

1750年、イギリスにおいては小模型の船を用いて、船舶の抵抗を試験したといわれている。1850年 (嘉永4

年) には、日本最初の水理模型実験¹⁾ が行われた。

すなわち、佐賀県三井郡北野村の庄屋田中政義は、祖父のたてた、同郡枝光から三潞郡大善寺に至る筑後川放水路の開さく計画について、まず筑後川の水位、流量を測定し、ついでその計画案の模型を、縮尺 $1/100$ および $1/1,000$ で造り、本川と放水路とへの分流実験を行った。

1870年になると、主としてイギリスのウィリアム・フルードの努力によって、船の模型実験が普遍化された。これは、彼の発見したフルード相似律の賜であった。

1875年、フランスのファルグは、ガロンヌ河航路改修のために縮尺 $1/100$ の移動床の河川模型実験を行った。

同年イギリスのオスポーン・レイノルズがラセン推進式汽船の模型を用いて、スクリューと舵との関係、また暴風雨に対する船の復元の問題を研究した。

レイノルズは、1885年に移動床のマーシー河口模型を用いて、河口改良調査を行った。潮セキ発生装置として、プランジャ型を用いた。また、彼の見出したレイノルズ数からひき出されるレイノルズ相似律がある。

このようにフルードとレイノルズは、水理実験による水理量の量的解釈を可能にした最初の人といえよう。

1890年、ドイツでは、エンゲルスがドレスデン工科大学に河川水理実験所を創設した。ついで、ドイツでは、ベルリン大学、カールスルーエ大学、ウィーン大学等に、さらにまた、欧州の諸大学に恒久的な水理実験施設が、つぎつぎに設立された。

1920年ごろ、オランダでは、ユリアナ運河、ゾイデル海潮受け堤防等の大水利事業が計画され、水理実験によらないと解決できない問題のために、実験をドイツのカールスルーエおよびベルリン両水理実験所に依頼した。この結果が非常に役に立ったので、1927年にデルフト大学に水理実験施設をつくり、まもなく、これを大拡張し、逆に諸外国の委託実験をうけ、目覚ましい成績を上げている。

一方、アメリカにおいては、1924年、ジョン・フリーマンが、ベルリン、ドレスデン、ブリュン、カールスルーエ等のドイツを初め欧州の水理実験施設を視察調査し、これら施設の内容をぼう大な著書²⁾ として、1926年にドイツ文、1929年に英文で出版した。この著述が、アメリカにおける水理模型実験発展に大きな貢献をした。

これより少し前の1915~1916年にオハイオ州マイアミ保全区で、洪水調節池の放水路減勢工の水理実験が行われた。そして1939年ごろになると、アメリカでは、主要水理構造物の設計にあたり、その一部または全部の模型

* 農林省農業土木試験場水理部

をつくり、実験を行って施工に移すようになった。この国では、陸軍省が大規模の水路実験所をヴィクスバーグおよびジャクソンに、内務省開拓局はデンバーに、海軍はワシントンに、農務省土壌保全局は現地試験地を持ち、また諸大学の付属水理実験施設とタイアップしている。

事業推進の立場から、イギリスでは、1952年ウォリントンに科学産業省の水理研究所を、フランスは、シャトー、グルノーブル等に、パキスタンは、ラホールにカンガイ研究所を、インドは、プーナに中央水力研究所および各州にも持っている。

わが国では、各大学の水理または水力機械研究施設があるほか事業主管別にみると表-1.1のとおりである。

表-1.1

名 称	設 立	場 所
建設省土木研究所	1926	赤羽分室 (荒川畔) 篠崎分室 (江戸川)
北海道開発局土木試験所	1941	札幌市豊平 (豊平川畔)
電力技術研究所	1940	小田急線 喜多見
運輸技術研究所 水工部		横須賀線 久里浜
農林省農業土木試験場	1947	平塚市八幡 (相模川畔)

世界の水理模型実験活動の一端をみるために、1953~1954年に進行中の件数をあげると、次の表-1.2のとおりである。

表-1.2

(Dock & Harbour Authority, March, 1956より)

国 名	件数	国 名	件数	国 名	件数
オーストリア	14	イギリス	23	インドネシア	3
ベルギー	9	ハンガリー	12	セイロン	6
フランス	82	スイス	19	オーストラリア	16
フィンランド	15	ユーゴスラビア	33	カナダ	16
チェコスロバキア	9	ポルトガル	4	アメリカ	196
イタリア	25	チュニジア	3	日 本	18
オランダ	20	イスラエル	4	計 24 カ国	674
スウェーデン	17	パキスタン	13		
ドイツ	56	インド	61		

1.3. 相似の必要条件と相似律

1.3.1. 完全な水理相似

模型と実物(原型)との間において、流の性状が完全に一致するためには、この両者において幾何学的にも、運動学的にも、また、動水力学的にも相似でなければならない。

幾何学的相似 (geometric similarity) とは、相対応するすべての長さの比が相等しいことで、すなわち、形の上で相似であることである。

運動学的相似 (kinematic similarity) とは、幾何学的相似の模型と実物との間において、相対応する、すべての点における、速度の成分の比が相等しく、相対応する水分子の通路が、幾何学的相似を示すものである。

動水力学的相似 (dynamic similarity) とは、幾何学的および運動学的相似の模型と実物との間において、相対応する力の比が、すべて等しいことである。

そこで、完全に相似である必要条件は、ニュートンの運動の第2法則から、

$$\begin{aligned} \frac{M_p \cdot a_p}{M_m \cdot a_m} &= (\text{諸力のベクトル和の比}) \\ &= \frac{F_{pp} + F_{gp} + F_{vp} + F_{tp} + F_{ep}}{F_{pm} + F_{gm} + F_{vm} + F_{tm} + F_{em}} \\ \frac{M_p \cdot a_p}{M_m \cdot a_m} &= (\text{諸力のベクトル比}) = \frac{F_{vp}}{F_{pm}} = \frac{F_{gp}}{F_{gm}} = \frac{F_{ep}}{F_{em}} \\ &= \frac{F_{tp}}{F_{tm}} = \frac{F_{ep}}{F_{em}} \dots \dots \dots (2) \end{aligned}$$

でなければならない。上式中のMは質量、aは加速度でM・aは慣性力、F_pは圧力、F_gは重力によって水に加わる力、F_vは水の粘性力、F_tは表面張力に基づく力、F_eは水の弾性圧縮から生ずる力である。そして、添字pは原型(実物)、mは模型における量を示す。

さて、(2)式を満足する粘性、表面張力および弾性率をもった模型用流体がわかっていない。また、この粘性力の項の中には、境界の粗度の影響が含まれている。かくして、模型と実物との間の完全なる相似は不可能である。けれども、経験によると、考えようとする流の現象において、最も支配的な力に比較して、他の諸力がほんの少しの影響しか与えず、これを無視して差支えない。水理模型実験の大部分は、表面張力F_t、弾性圧縮力F_eを無視してよい。そして、圧力F_pは従属的変量である。従って実用上は、通常模型と実物との間の重力、または、粘性力のいずれかが支配的であると考えて差支えないのである。

1.3.2. フルード相似律

重力による力が支配的である場合、(2)式の重力以外の諸力を無視して、

$$\frac{M_p \cdot a_p}{M_m \cdot a_m} = \frac{F_{gp}}{F_{gm}} \dots \dots \dots (3)$$

ここで慣性力

$$M \cdot a = \rho L^3 \cdot \frac{V}{T} = \rho L^3 \cdot \frac{V^2}{L} = \rho L^2 V^2$$

また重力による力

$$F_g = \gamma L^3 \text{ であらわせる。}$$

ここで

- ρ 水の密度
- L 長 さ
- V 速 さ
- T 時 間
- γ 水の単位重量で ρg に等しい

この関係を(3)式に代入して、整理すると、

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{V_p^2}{g_p L_p} &= \frac{V_m^2}{g_m L_m} = F^2 \dots\dots\dots (4 \cdot a) \\ \frac{(V_p/V_m)^2}{(g_p L_p / g_m L_m)} &= \frac{V_r^2}{g_r L_r} = 1 \dots\dots\dots (4 \cdot b) \end{aligned} \right.$$

すなわち、(4)式は、実物と模型とのフルード数 F が等しいならば、相似となることを示す。

添字 p は実物における量 (添字 m を付す) と模型における量 (添字 m を付す) との比を示す。以下この記号を用いる。

この(4)式から表-1.3のごとく、水理諸量の置換比群が導き出される。

自由水面を持った乱流、海の波等においては、重力の影響が支配的であるので、フルード相似律によって取扱えばよい。ただ、粘性の影響を最小にするように、大きな模型を用いるとか、模型が流体と接する境界を滑らかなるようにする。

1.3.3. レイノルズ相似律

粘性力の影響が支配的である場合には、(2)式の粘性力以外の諸力を省略して、

$$\frac{M_p \cdot a_p}{M_m \cdot a_m} = \frac{F_{vp}}{F_{vm}} \dots\dots\dots (5)$$

ここで、粘性力

$$F_v = \mu L V \text{ である。}$$

ただし、 μ は粘性係数とす。

また、 $\mu/\rho = \nu$ (動粘性係数) であるから、(5)式から

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{L_p \cdot V_p}{\nu_p} &= \frac{L_m \cdot V_m}{\nu_m} = Re \dots\dots\dots (6 \cdot a) \\ \frac{L_r \cdot V_r}{\nu_r} &= 1 \dots\dots\dots (6 \cdot b) \end{aligned} \right.$$

すなわち、(6)式は実物と模型とのレイノルズ数 Re が等しいと、相似であることを示す。この(6)式から、表-1.3のごとく、水理諸量の置換比群が、再び導き出せる。

圧力管中の定流とか、深く潜没した物体のまわりの流れにおいては、レイノルズ相似律を用いる。自由水面を持たないから、表面張力の影響はないし、定流では、圧縮波の速度、 $\sqrt{E/\rho}$ (ρ は密度、 E は体積弾性率) に近くならない限り、弾性圧縮の影響も考えなくてよいのである。

1.3.4. マツハ相似律

弾性圧縮によって生ずる力 F_e の影響が支配的であ

て、他の諸力を無視して、前同様に(2)式から

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{V_p^2}{E_p/\rho_p} &= \frac{V_m^2}{E_m/\rho_m} = M^2 \dots\dots\dots (7 \cdot a) \\ \frac{V_r}{\sqrt{E_r/\rho_r}} &= 1 \dots\dots\dots (7 \cdot b) \end{aligned} \right.$$

を得る。ここで流体の体積弾性率を E とおくと、弾性力 $F_e = EL^2$ である。

(7)式は実物と模型とのマツハ数 M を等しくすれば、相似になることを示し、この式から表-1.3のごとく、水理量の置換比が得られる。

ウォーターハンマーの問題とか、空気の流れの問題を取扱う実験に限り用いられる。

表-1.3 各相似律に基づいた諸量の置換比

諸 量	デ イ メ ン シ ョ ン	フルード相似律による置換比	レイノルズ相似律による置換比	マツハ相似律による置換比
幾何学的相似グループ				
長 さ	L	L_r	L_r	L_r
面 積	L^2	L_r^2	L_r^2	L_r^2
体 積	L^3	L_r^3	L_r^3	L_r^3
運動学的相似グループ				
時 間	T	$L_r^{1/2} g_r^{-1/2}$	$L_r^2 \nu_r^{-1}$	$L_r \rho_r^{1/2} E_r^{-1/2}$
流 速	LT^{-1}	$L_r^{1/2} g_r^{1/2}$	$L_r^{-1} \nu_r$	$E_r^{1/2} \rho_r^{-1/2}$
加 速 度	LT^{-2}	g_r	$L_r^{-2} \nu_r^2$	$E_r L_r^{-1} \rho_r^{-1}$
流 量	$L^3 T^{-1}$	$L_r^{5/2} g_r^{1/2}$	$L_r \nu_r$	$E_r^{1/2} L_r^2 \rho_r^{-1/2}$
動力学的相似グループ				
質 量	M	$L_r^3 \rho_r$	$L_r^3 \rho_r$	$L_r^3 \rho_r$
力	MLT^{-2}	$L_r^3 \gamma_r$	$\mu_r^2 \rho_r^{-1}$	$L_r^2 E_r$
圧 力 強 度	$ML^{-1} T^{-2}$	$L_r \gamma_r$	$\mu_r^2 L_r^{-2} \rho_r^{-1}$	E_r
衝 力 \cdot 運 動 量	MLT^{-1}	$L_r^{7/2} \rho_r^{1/2} \gamma_r^{1/2}$	$L_r^2 \mu_r$	$L_r^3 E_r^{1/2} \rho_r^{1/2}$
エ ネ ル ギ	$ML^2 T^{-2}$	$L_r^4 \gamma_r$	$L_r \mu_r^2 \rho_r^{-1}$	$L_r^3 E_r$
工 率	$ML^2 T^{-3}$	$L_r^{7/2} \gamma_r^{3/2} \rho_r^{-1/2}$	$\mu_r^3 L_r^{-1} \rho_r^{-2}$	$L_r^2 E_r^{3/2} \rho_r^{-1/2}$

1.3.5. フルード相似律とレイノルズ相似律との両立

模型と実物との相似について、重力と粘性力とが共に支配的であると考えなければならないときは、フルード律とレイノルズ律とを同時に成り立たしめる必要があら

$$V_r = \sqrt{g_r \cdot L_r} = \nu_r \cdot L_r^{-1}$$

$$\therefore \begin{cases} \nu_r^2 = g_r \cdot L_r^3 & \dots\dots\dots (8\cdot a) \\ \nu_r = L_r^{3/2} \dots\dots\dots (8\cdot b) \end{cases}$$

模型実験の流体として水を用いると、実験の季節で水温が変化するため、若干、動粘性係数 ν に変化はあるが、一応 $\nu_r \doteq 1$ とみられるから、(8・b)式から $L_r \doteq 1$ となつて、大略、実物大のもので実験することを意味する。

また、(8・b)式から、水を用い、フルード相似律に従つた模型では、レイノルズ数が $L_r^{3/2}$ の割合で減じていることを見逃してはならない。

1.3.6. 相似律のまとめ

上述のように模型と実物との間の水理相似について、完全なる相似から実用上の部分相似についてふれたが、また、ナビヤール・ストークスの粘性流体の運動方程式を模型と実物とに立てて、相似則⁹⁾りを導くこともできる。これよりフルード相似律としレイノルズ相似律に帰結されてくるのである。

流とか波による底質の移動、洗掘、タイ砂を取扱う移動床の模型においては、さらに模型と実物との間の掃流方式の対応を考える必要がある。

高速力によっておこるキャピテーション現象については、模型と実物との間において、キャピテーション数⁵⁾を等しくして、実験をする方法が考えられる。

温、冷水とか、淡、塩水とかの相互関係を扱う密度流模型においては、模型と実物との密度流フルード数⁶⁾を等しくとって調べる実験方法がある。

1.4. 水理模型の縮尺

水理模型は、特別の場合を除いて、原則として幾何学的相似を与えた模型を用いる。

この模型の長さの縮尺 L_r をきめるには、①所求の実験結果、②使用可能の実験空間、③使用可能の実験水量、④実験経費、等から考える。

この縮尺は、現在のところ先例に従うのであるが、実験空間、実験水量の許す範囲で、できるだけ大きな模型にする方が、諸現象の再現に便利で、結果の信頼度も高い。しかし、大きな模型では、模型製作の期間、費用、および観測の期間、費用も多くかかってくる。

現在までに、うまくその目的を果たした諸先例を示すと、ダムの余水吐、減勢工では、 $L_r = 20 \sim 70$ とし、余水吐クレスト上の越流水頭を4 cm以上とっておきたい。水路構造物、水門、バルブ等では、 $L_r = 5 \sim 25$ 程度が適当である。

移動床として取扱う河川模型や、頭首工模型では、 $L_r = 100$ ぐらいが限度で、可能な限り模型を大きくしないと、模型用の底質に困るのである。特に実物の河床材料が、10mm以下になると、模型を相当大きくしないと相似にならない。また、模型内にできる砂澱の、模型の

流に与える影響が、大きく出過ぎることとなる。

かかるときは、経費が許せば、重要部分を取り出して、 $L_r = 10 \sim 30$ の範囲の幾何学的相似の大模型を併用するとよい。

波の模型では、周期を1秒より大きく、波長を0.30m以上にしないと、波高の減衰が、実物より大きくなるし、また模型波高を4 cm以上にしておく必要がある。

1.5. 水理模型の操作運用

模型の操作運用は、二つの重要な過程に分けられ、第1は、模型の補正、検証過程であり、第2は、本試験過程である。

まず、第1の模型補正検証過程においては、模型にあらわれる不備欠陥を調べ、これを適正なものに修正する。

この第1過程は、急いで行ってはならない。時間を十分にかけで行うべきで、特に実在の原型部分に相当する模型部分が、所期の諸現象を再現しているか否か、あるいは諸装置、機器が満足なものかを確認する必要がある。

模型の漏水は、なかなかさけられないが、許容範囲にあるか否か。特に模型を揚床して設定せず、地盤に半ばもぐらせて設置するときは、漏水が発見困難であるから、流の模型なら下流にも、計量装置を併設することが望ましい。

この過程において、観測装置を増減変更したり、時には模型の一部を、再設計改造することも起る。

こうして、実物における観測結果が模型において正しく再現されるか否かを、この補正検証過程で調べるもので、非常に大切なものである。

つぎに第2の本試験過程においては、原型の設計改良と工事費節約とを、たえず考えていく必要がある。

これがためには、原設計者と密接な協力をとりながら、実験を進めるべきである。

実験データは観測作業と併行して、整理解析していくことが大切で、不確なデータは棄却し、不足な観測を補足することができる。このことは、特に観測値を図表化してみると発見し易いものである。

また、実験観測においては、なしうる限り、数多くの写真撮影と流況のスケッチとを欠かしてはならない。

1.6. 水理実験結果の解釈と限界

水理模型は、実物に適用できる現象を再現する有力なる手段であるけれども、この実験結果を、そのまま実物にひき移すことは注意を要する。表現を換えるならば、たとえ、幾何学的相似の模型を正しく作り、これを周到に操作運用しても、なお、かくされた歪を包蔵している。この理由は、模型と実物との間に完全に相似を保

たせることは不可能なのであって、模型中の水理性状から、実物の水理性状を予見するには限界があることを忘れてはならない。

例えば、フルード相似律に従った模型においては、重力に従う現象は正しく再現するが、レイノルズ数が相当減少しているから、粘性抵抗を含む水理量については、修正を行わなければならない。特に余水吐模型において空気連行現象は、通常の小模型では再現されないから、補正を要する。

また減勢工付帯工作物の、たとえば、シュートブロックとかフローブロックの負圧量についても、模型計測値の補正がある。

粘性抵抗を正しく再現するように、レイノルズ律に従って設計された模型における水理性状は、重力作用に従う水理現象については、その結果を修正解釈しなければならない。

波浪を伴う、海や河の模型においては、流量、実験空間、あるいは経費の関係から、通常、小さい模型を用いなければならないが、注意をしないと実物の比較的小さい重力波が、模型では毛管波になってしまうかもしれない。いうまでもなく、重力波はフルード律に従い、毛管波は、表面張力の影響を支配的として導かれるウェーバ

ー相似律に従うからである。

移動床を用いた河川模型、頭首工模型あるいは沈砂池模型においては、さらに模型用底質に、実際上の制約が加わってくるので、定量解釈は問題が多く残されている。

参 考 文 献

- 1) { 土木学会：明治以前日本土木史
鈴木雅次：河，河出書房，1941
- 2) J.R.Freeman：Hydraulic Laboratory Practice, ASME, 1929
- 3) H.L.Langhaar：Dimensional Analysis and Theory of Models, (p.144) John Wiley & Sons, 1951
- 4) 永井莊一郎：水理学 (p.469) コロナ社，1947
- 5) H.Rouse：Engineering Hydraulics (p.30, p.154) John Wiley & Sons, 1950
- 6) 同 上：(p.55, p.757)

[1962. 3. 13. 受稿]

付 記

この講座は、水理模型実験について、この第1講「総論」からはじまり、以下各論として模型実験の実施例を各方面の方々に執筆をお願いして、進める予定であります。
(編集委員会)